

Optimasi Perencanaan Produksi Agregat untuk Produk Multi-Tipe dengan Pola Permintaan Nonstasioner: Suatu Aplikasi LP dalam "Dunia Nyata"

Harry Pranadi, Ph.D.

Dalam praktek optimasi perencanaan produksi agregat untuk produk multi-tipe dengan pola permintaan nonstasioner, tidak jarang melibatkan ribuan variabel keputusan dan ribuan kendala yang harus dipenuhi. Tulisan ini mengemukakan berbagai variabel keputusan dan kendala-kendala yang benar-benar dijumpai dalam praktek/"dunia nyata" dan bagaimana memformulasikannya dalam model linier programming. Untuk 4 grup produk saja dan dengan periode perencanaan 12 bulan dijumpai 169 variabel keputusan dengan 447 kendala yang harus dipenuhi.

PENDAHULUAN

Penggunaan model-model optimasi dalam praktek masih jarang dijumpai. Di antara penyebabnya adalah bahwa dalam praktek demikian banyak variabel keputusan dan kendala yang harus dipenuhi, sedangkan contoh-contoh model yang dikemukakan dalam literatur pada umumnya belum memenuhi kendala-kendala lain yang mereka jumpai dalam praktek.

Sebenarnya hal ini tidak perlu menjadi penghalang karena memang model harus dibuat khusus (tailored made) untuk setiap masalah. Membuat sendiri model itulah yang merupakan penghalang bagi kebanyakan perusahaan karena kurangnya tenaga mereka yang terampil dalam pembuatan model.

Pada optimasi perencanaan produksi agregat untuk produk multi-tipe dengan pola permintaan nonstasioner, dalam praktek dijumpai banyak sekali variabel keputusan dan kendala yang harus dipenuhi. Ratusan variabel keputusan dan ribuan kendala masih merupakan ukuran kecil dalam masalah ini.

Dalam tulisan ini akan dikemukakan contoh memformulasikan model LP untuk masalah di atas, di mana variabel keputusan dan kendala-kendalanya benar-benar dijumpai dalam praktek/"dunia nyata". Hanya dengan 4 grup produk saja, dan dengan periode perencanaan 12 bulan, dijumpai 167 variabel keputusan dan 447 buah kendala yang harus dipenuhi.

SKENARIO

Model yang akan dibuat mengasumsikan skenario sebagai berikut:

Perusahaan membuat ribuan tipe dari satu produk yang sejenis dengan pola permintaan nonstasioner. Yang dimaksud dengan pola permintaan nonstasioner di sini adalah pola permintaan yang boleh mempunyai trend, musiman, variabilitas besar dan boleh pula yang lumpy. Fluktuasi demand, selain akibat musiman, juga akibat fluktuasi pesanan-pesanan dari luar negeri.

Menjelang akhir tiap tahun dibuat ramalan permintaan

tahun yang akan datang dan kemudian dibuat perencanaan produksi agregat.

Proses produksi menggunakan banyak tenaga manusia. Walaupun menggunakan tenaga reguler yang tetap, dalam praktek jumlah tenaga reguler yang dapat dimanfaatkan berfluktuasi dari bulan ke bulan. Ini disebabkan karena adanya cuti, sakit dan lain-lain.

Selain jam kerja reguler dimungkinkan pula jam kerja lembur. Pekerjaan lembur diambil dari pekerja reguler yang bersedia. Tidak ada kewajiban harus melakukan lembur, tetapi perusahaan mempunyai data lampau, berapa persen dari pekerja reguler yang bersedia melakukan lembur. Persentase yang bersedia melakukan lembur berubah-ubah setiap bulannya dan pada bulan-bulan tertentu (sekitar lebaran, musim liburan sekolah dan akhir tahun), persentase tersebut sangat berkurang. Dengan demikian jumlah tenaga lembur yang dapat dimanfaatkan berfluktuasi dari bulan ke bulan, walaupun dapat diestimasi sebelumnya. Jumlah maksimum tenaga reguler juga dibatasi agar tidak melampaui suatu batas tertentu mengingat ukuran fasilitas dan kapasitas yang ada.

Bila diperlukan, dimungkinkan pula sebagian produk disubkontrakkan pada perusahaan lain yang sejenis. Karena perusahaan lain yang sejenis hanya mau menerima subkontrak bila mereka kelebihan kapasitas, maka jumlah yang dapat disubkontrakkan juga terbatas dan berfluktuasi dari bulan ke bulan sesuai dengan kesediaan perusahaan lain tersebut. Walaupun demikian, hal ini dapat dinegosiasikan sebelumnya sehingga perusahaan dapat mengestimasi jumlah maksimum yang dapat disubkontrakkan pada setiap bulannya di tahun yang akan datang.

Untuk mengatasi perubahan-perubahan demand atau kenaikan demand yang mendadak, maka tenaga lembur yang tersedia tidak dipakai seluruhnya. Setiap bulan ada sekian persen yang tak dipakai dan ini berbeda-beda setiap bulannya. Dari pengalaman lampau perusahaan dapat mengestimasi berapa persen yang boleh dipakai setiap bulannya pada tahun yang akan datang.

Kapasitas produksi yang terbatas tidak dipakai seluruhnya. Ini untuk mengatasi permintaan-permintaan mendadak. Perusahaan dapat mengestimasi berapa persen pada setiap bulannya akan dicadangkan untuk maksud ini.

Perusahaan juga menghendaki adanya stok minimum dan maksimumnya pada setiap awal bulan. Ini untuk mengatasi forecast error dan permintaan-permintaan mendadak dari pelanggan yang potensial.

APA YANG INGIN DICARI

- Suatu model optimasi perencanaan produksi agregat yang meminimalkan biaya produksi dan yang memenuhi kendala-kendala yang ada.

- Strategi yang dipakai adalah jumlah tenaga kerja reguler yang tetap, dengan mengizinkan lembur dan subkontrak ke perusahaan lain yang membuat produk sejenis. Idle time diperbolehkan juga karena perusahaan dapat memanfaatkannya untuk pekerjaan lain.
- Komputerisasi model tersebut, sehingga rencana produksi agregat yang optimal/dekat dengan optimal, dapat diperoleh dengan cepat.

MODEL YANG DIBUAT

Tipe-tipe produk kita bagi menjadi N buah grup berdasarkan manhours/unit yang diperlukan untuk membuat tipe tersebut. Setiap tipe dalam grup mempunyai production manhours/unit yang kurang lebih sama.

Data input

N	= jumlah grup
T	= jumlah periode perencanaan
h	= jam kerja/hari
$WMIN$	= jumlah minimum pekerja reguler yang harus dipakai
$WMAX$	= jumlah maksimum pekerja reguler yang harus dipakai
$r(t)$	= cost/manhour reguler pada periode- t
$e(t)$	= cost/manhour lembur pada periode- t
$ri(t)$	= cost/manhour idle pada periode- t
$PPE(t)$	= persen dari manhour reguler pada periode- t yang <i>tersedia</i> untuk dapat dipakai lembur
$PEA(t)$	= persen dari manhour lembur yang tersedia pada periode- t yang boleh dipakai
$d(t)$	= jumlah hari kerja pada periode- t
$f(t)$	= fraksi tenaga kerja yang hadir pada periode- t Misalnya $F(t) = 0.95$ bila estimasi yang tak hadir pada periode- t adalah 5%.
$PC(t)$	= kapasitas produksi pada periode- t
$PPC(t)$	= persen dari kapasitas produksi pada periode- t yang boleh dipakai pada periode tersebut
$k(i)$	= manhours yang diperlukan untuk memproduksi 1 unit dari grup- i
$I(i, 0)$	= persediaan awal grup- i
$F(i, t)$	= forecast demand grup- i untuk periode- t
$smin(i, t)$	= faktor stok minimum untuk grup- i pada awal periode- t , $smin(i, t) = x$ berarti stok minimum grup- i pada awal periode- $t = x F(i, t)$
$smax(i, t)$	= faktor stok maksimum untuk grup- i pada awal periode- t
$EC(i, t)$	= biaya ekstra/unit akibat subkontrak/beli, untuk grup- i pada periode- t

$BMIN(i, t)$ = jumlah unit minimum yang disubkontrakkan/beli (bila perlu) untuk grup-i pada periode-t

$BMAX(i, t)$ = jumlah unit maksimum yang disubkontrakkan/beli (bila perlu) untuk grup-i pada periode-t

Variabel-variabel keputusan (decision variables)

Variabel-variabel keputusan yang akan dicari adalah

- W = jumlah tenaga reguler tetap
- $P(i, t)$ = jumlah unit grup-i yang harus diproduksi pada periode-t
- $I(i, t)$ = persediaan akhir (ending inventory) grup-i pada periode-t
- $E(t)$ = manhours lembur yang dipakai pada periode-t
- $IM(t)$ = manhours idle pada periode-t
- $B(i, t)$ = jumlah unit grup-i yang harus disubkontrakkan/beli pada periode-t

Biaya total

Misalkan $p(i, t)$ = biaya produksi/unit grup-i pada periode-t (tak termasuk labor dan holding cost), maka biaya totalnya dapat kita tuliskan sebagai

$$Z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T p(i, t).P(i, t) + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T c(i, t).I(i, t) + [h \sum_{t=1}^T d(t).r(t)]W + \sum_{t=1}^T e(t).E(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T EC(i, t).B(i, t) + \sum_{t=1}^T ri(t).IM(t) \dots\dots\dots(1)$$

- Suku ke-1: biaya produksi
- Suku ke-2: biaya penyimpanan (carrying cost)
- Suku ke-3: biaya manhours reguler
- Suku ke-4: biaya manhours lembur
- Suku ke-5: biaya ekstra/unit akibat subkontrak/beli
- Suku ke-6: biaya manhours reguler yang idle

Fungsi objektif

Biaya total z yang diberikan oleh persamaan (1) dapat dipakai sebagai fungsi objektif. Diasumsikan bahwa biaya produksi/unit, $p(i, t)$ tak berubah terhadap waktu, maka suku pertama persamaan (1) merupakan suatu konstanta (karena produksi totalnya sudah tertentu), dan sebab itu tak perlu dimasukkan dalam fungsi objektif. Maka fungsi objektif yang akan kita pakai cukup sebagai berikut:

$$z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T c(i, t).I(i, t) + [h \sum_{t=1}^T d(t).r(t)]W + \sum_{t=1}^T e(t).E(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T EC(i, t).B(i, t) + \sum_{t=1}^T ri(t).IM(t) \dots\dots\dots(2)$$

Bila z yang diberikan persamaan (2) ini minimum, maka z yang diberikan oleh persamaan (1) juga akan minimum.

Kendala-kendala

Masalahnya adalah meminimumkan z yang diberikan oleh persamaan (2) dan yang memenuhi kendala-kendala sebagai berikut:

- (1) $P(i, t) + I(i, t-1) - I(i, t) + B(i, t) = F(i, t)$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$
- (2) $I(i, t) \geq smin(i, t+1).F(i, t+1)$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$
- (3) $I(i, t) \leq smax(i, t).F(i, t+1)$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$
- (4) $\sum_{i=1}^N k(i).P(i, t) - f(t).d(t).h.W - E(t) + IM(t) = 0$
 $t = 1, 2, \dots, T$
- (5) $E(t) - PEA(t)/100 - PFE(t)/100 - f(t).d(t).h.W \leq 0$
 $t = 1, 2, \dots, T$
- (6) $\sum_{i=1}^N P(i, t) \leq PPC(t)/100.PC(t)$
 $t = 1, 2, \dots, T$
- (7) $B(i, t) \leq BMIN(i, t)$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$
- (8) $B(i, t) \leq BMAX(i, t)$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$
- (9) $W \geq WMIN$
- (10) $W \leq WMAX$
- (11) $I(i, t), W, E(t), F(i, t), IM(t), B(i, t) \geq 0$
 $i = 1, 2, \dots, N$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

- Kendala (1) merupakan persamaan demand, produksi, subkontrak dan persediaan. Kendala ini terdiri dari NT persamaan.
- Kendala (2) merupakan kendala tingkat persediaan minimum, dan terdiri dari NT ketidaksamaan.
- Kendala (3) merupakan kendala tingkat persediaan maksimum, dan terdiri dari NT ketidaksamaan.
- Kendala (4) merupakan persamaan produksi dan tenaga kerja dan terdiri dari T persamaan.

- Kendala (5) merupakan kendala manhours lembur, dan terdiri dari T ketidaksamaan.
- Kendala (6) merupakan kendala kapasitas produksi dan terdiri dari T ketidaksamaan.
- Kendala (7) merupakan kendala jumlah minimum sub-kontrak dan terdiri dari NT ketidaksamaan.
- Kendala (8) merupakan kendala jumlah maksimum sub-kontrak dan terdiri dari NT ketidaksamaan.
- Kendala (9) merupakan kendala jumlah minimum tenaga kerja dan terdiri dari 1 ketidaksamaan.
- Kendala (10) merupakan kendala jumlah maksimum tenaga kerja dan terdiri dari 1 ketidaksamaan.
- Kendala (11) merupakan kendala non-negatif dari semua variabel keputusan, dan terdiri dari $T(3N+2) + 1$ ketidaksamaan.

Asumsi-asumsi

Tentu saja di sini berlaku pula asumsi-asumsi untuk setiap model LP yaitu:

1. Fungsi objektif merupakan fungsi linier dari variabel-variabel keputusannya.
2. Tak ada interaksi antara variabel-variabel keputusan.
3. Variabel-variabel keputusan boleh berupa bilangan dengan titik desimal.
4. Sukuunan (The Right Hand Side) dari kendala merupakan besaran yang deterministik.

Jumlah variabel keputusan dan jumlah kendala

Pada model di atas:

Jumlah variabel keputusan = $T(3N+2) + 1$

Bila jumlah grup, $N=4$ dan periode perencanaan, $T=12$ maka akan ada 169 variabel keputusan yang harus dicari.

Jumlah kendala:

1. tak termasuk kendala non-negatif: $T(5N+3) + 2$
Bila $N=4$, dan $T=12$, maka akan ada 278 kendala.
2. termasuk kendala non-negatif: $T(8N+5) + 3$
Bila $N=4$ dan $T=12$, maka akan ada 447 kendala.

KOMPUTERISASI MODEL

Karena model sangat panjang, maka tidak praktis bila model ditulis pada editor dalam software LP. Dibutuhkan suatu file yang berisi data input yang isinya disesuaikan dengan urutan baca software yang dipakai. Maka perlu dibuat suatu program tersendiri yang akan merupakan 'interface' antara model yang kita buat dengan software yang dipakai. Dengan demikian data input dapat dimasukkan oleh operator yang tak perlu memahami model yang kita buat dan perubahan-perubahan data input dapat dilakukan dengan mudah.

PENUTUP

Persaingan yang ketat menuntut optimasi di berbagai bidang, di antaranya optimasi perencanaan produksi agregat. Untuk demand yang nonstasioner, cara konvensional adalah dengan cara coba-coba (trial and error) dan ini tidak menjamin diperolehnya biaya produksi yang minimal, selain membutuhkan banyak waktu. Model Linear Programming menghasilkan solusi optimal secara langsung dan cepat, tanpa coba-coba. Dengan demikian perencanaan produksi agregat dan perubahan-perubahan yang diperlukan dapat ditanggapi dengan lebih cepat dan optimal.

Daftar Pustaka

1. Bergstrom, G.L., dan B.E. Smith (1970). "Multi-Item Production Planning - An Extension of the HMMS Rules," *Management Science*, Vol. 16, No. 10.
2. Gaalman, G.J. (1978). "Optimal Aggregation of Multi-Item Production and Smoothing Models," *Management Science*, Vol. 24, No. 16.
3. Hax, A.C. (1978). "Aggregate Production Planning," dalam Moder and Elmaghraby, *Handbook of Operations Research, Models and Applications*, Vol. 2. Van Nostrand Reinhold Company.
4. Hax, A.C., dan Candea (1984). *Production and Inventory Management*. Prentice Hall.
5. Johnson, dan Montgomery (1974). *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*. John Wiley & Sons.
6. Lee, W.B., dan B.M. Khumawala (1974). "Simulation Testing of Aggregate Production Planning Models in an Implementation Methodology," *Management Science*, Vol. 20, No. 6.
7. Menipaz, E. (1983). "Overview of Production Planning," *Journal of Information & Optimization Sciences*, Vol. 4, No. 1.

Harry Pranadi, Ph.D. adalah Faculty Member Sekolah Tinggi Manajemen Prasetiya Mulya.
